

EFFECTOS EN LA TEMPORALIDAD DE LA VALUACIÓN DE OPCIONES FINANCIERAS EN OPERACIONES DE ALTA FRECUENCIA.

Guillermo Sierra Juárez*

(Recibido: diciembre 2025 / Aceptado: mayo 2026)

Resumen

La velocidad en la transmisión en la información, además de los tiempos de reacción en los mercados se está convirtiendo en un factor importante y podrían hacer la diferencia en operaciones de *trading*. En el caso de operaciones de alta frecuencia (HFT) existen distintos factores que han propiciado el aumento de dicha velocidad que van desde las reacciones humanas hasta el uso de nuevas tecnologías de comunicación. El objetivo del presente trabajo es presentar los diferentes tiempos de reacción no solamente en la transmisión de la información sino principalmente considerando los efectos relativistas por la transmisión a muy altas velocidades para un caso simplificado de valuación de las opciones tipo *call* europea. Se presenta un análisis gráfico comparativo de la variación de la prima como función de los parámetros tradicionales de las opciones, así como de las velocidades relativas. De los resultados se puede observar que el comportamiento es consistente con el caso tradicional al variar la volatilidad y los vencimientos, ya que al incrementar la volatilidad y el vencimiento aumenta el valor de la opción. Y por otro lado, para velocidades cercanas a la de la luz la dilatación del tiempo produce cambios en los vencimientos entre el sistema en reposo y el sistema en movimiento lo que altera el valor de la opción.

* Universidad de Guadalajara, CUCEA. Correo: gsierraj@cucea.udg.mx

Palabras clave: Opciones, Black Scholes, relatividad, trading, alta frecuencia.

Clasificación JEL: G130, G140, C6

TEMPORAL EFFECTS ON FINANCIAL OPTION VALUATION IN HIGH— FREQUENCY TRADING

Abstract

The velocity of information transmission, along with market reaction times, is becoming an important factor and could make a difference in trading operations. In the case of high-frequency trading (HFT), there are various factors that have contributed to this increase in speed, ranging from human reactions to the use of new communication technologies. The objective of this paper is to present the different reaction times not only in the transmission of information but primarily by considering the relativistic effects of transmission at very high speeds for a simplified case of European call option valuation. A comparative graphical analysis is presented of the variation in the premium as a function of traditional option parameters, as well as relative speeds. The results show that the behavior is consistent with the traditional case as volatility and maturities vary, since increasing volatility and maturity increases the option's value. On the other hand, for speeds close to the velocity of light, time dilation causes changes in maturities between the stationary system and the moving system, which alters the option's value

Keywords: Financial options, Black Scholes, relativity, trading, high frequency.

JEL Classification: G130, G140, C6

1. Introducción

En el mundo de los mercados y del trading financiero en donde es necesario tomar decisiones en fracciones de segundo, la velocidad en la comunicación puede ser la diferencia entre grandes ganancias o grandes pérdidas (ver ¹). Uno caso ampliamente conocido de la velocidad en el comercio es el trading de alta frecuencia (HFT). Las empresas de HFT utilizan grandes plataformas y algoritmos complejos para ejecutar operaciones en cuestión de microsegundos. Estas empresas pretenden explotar pequeñas discrepancias de precios en el mercado y realizar numerosas transacciones en un corto período. Con la ventaja de la alta velocidad, las empresas de HFT pueden estar generando importantes ganancias. Sin embargo, es importante señalar que este tipo de empresas en un mundo altamente competitivo requiere de experiencia y también de recursos, por lo que no todo el mundo puede participar en este tipo de operaciones.

Existe un famoso caso relacionado con la velocidad del *trading* conocido como “Flash Crash” de 2010, en donde el mercado de valores estadounidense experimentó una caída masiva y una recuperación en cuestión de minutos, donde los *traders* pudieron reaccionar rápidamente y ajustar sus posiciones con lo que lograron limitar sus pérdidas o incluso algunos beneficiarse del evento, obviamente los que tardaron en responder fueron los que sufrieron de grandes pérdidas. Por lo que es fundamental lograr un equilibrio entre la velocidad y la toma de decisiones, ya que la velocidad no es sólo una ventaja, en estos tiempos es una necesidad.

El *trading* automatizado se basan principalmente en análisis técnico e implica el uso de algoritmos para ejecutar operaciones de forma automática según reglas predeterminadas, normalmente es más rápido y eficiente que su contraparte manual, pero requiere una plataforma comercial confiable y rápida y usualmente deben elegir un *trader* que ofrezca una plataforma comercial sólida con alta confiabilidad y baja

¹ Para mayor información consultar <https://fastercapital.com/es/tema/explorando-la-importancia-de-la-velocidad-en-el-trading.html>

latencia.

En cierto momento, es necesario poner a consideración en este mundo de alta velocidad el mismo tiempo en que el cerebro humano reacciona y toma decisiones ante los estímulos y en particular ante los cambios en el mercado.

Otro factor es la colubicación que es un servicio prestado por algunos *traders* que permite colocar sus servidores en el mismo centro de datos que el intercambio, este servicio pretende reducir el tiempo de respuesta y la latencia dando a los operadores una ventaja en velocidad. Debido a que la colubicación puede resultar costosa y no todos los corredores ofrecen este servicio, los *traders* deben valorar los beneficios de la colubicación con los costos de seleccionar un corredor que ofrezca el mejor valor.

El acceso directo al mercado permite operar y ejecutar directamente en el libro de órdenes de la bolsa y puede ser más rápido y eficiente que utilizar la plataforma comercial de un *trader*, pero requiere un alto nivel de experiencia técnica y deben comprender el equilibrio entre riesgos y beneficios y seleccionar un corredor que ofrezca el soporte necesario.

El *trading* de la nube (*cloud*) es una tecnología relativamente nueva que permite a los operadores acceder a datos y plataformas comerciales desde cualquier lugar. El comercio basado en la nube puede ser más rápido y confiable que las plataformas comerciales tradicionales, pero requiere una conexión a Internet estable. Los *traders* deben pensar en elegir un corredor que ofrezca una plataforma comercial sólida basada en la nube con baja latencia y alta confiabilidad.

Como se ha comentado en el HFT la velocidad es particularmente importante, para capitalizar pequeñas discrepancias de precios ocurridas en milisegundos. Estos *traders* normalmente tienen acceso directo al mercado, lo que les permite evitar a los intermediarios tradicionales y obtener una ventaja en velocidad. Al aprovechar la velocidad, las empresas de HFT pueden explotar oportunidades instantáneas del mercado y generar importantes ganancias.

Debido a todos los factores mencionados anteriormente, la velocidad en la comunicación tanto en el envío y como en respuesta en el las operaciones de *trading* hace necesario revisar los efectos en todas las evaluaciones de los instrumentos financieros, por lo que el objetivo de este trabajo es determinar cómo los efectos mencionados de velocidad de *trading*, principalmente relativistas, influyen en la valuación tradicional de opciones financiera *call* europeas *plain vanilla*.

El trabajo inicia con una revisión de los principales artículos sobre los efectos temporales del *trading* de alta frecuencia. En la tercera parte se muestran algunos de los hechos importantes que están ocurriendo en el mundo del *trading* de alta frecuencia (*High Frequency Trading*) y la importancia en la velocidad de la información (factores que influyen en los precios). En la cuarta sección del modelo se hace una revisión del marco teórico de la ecuación *Black Scholes* y los conceptos importante del tiempo y sus escalas. En la sección 5 se presenta el modelo propuesto y su solución. Al final se presentan los resultados obtenidos y las conclusiones.

2. Revisión de la literatura

En la siguiente sección se presenta una revisión de los principales trabajos relacionados con los posibles efectos relativistas en los mercados de alta frecuencia.

Según Laughlin et al.(2013) el *trading* de alta frecuencia ha hecho esfuerzos para reducir los retrasos en la propagación de la información entre bolsas que se encuentran físicamente distanciadas. Por ejemplo, a partir de una cotización con una resolución milimétrica se puede encontrar una disminución de 3 milisegundos en el tiempo de comunicación unidireccional entre las ciudades de Chicago y Nueva York que tuvo lugar entre el 27 de abril de 2010 y el 17 de agosto de 2012. Se atribuye la primera parte de esta disminución a la introducción de una conexión de fibra óptica optimizada para la latencia a finales de 2010 y la segunda fase de la disminución de la latencia puede atribuirse a las redes de microondas de línea de visión que operan principalmente en la región del espectro autorizada durante 2011 y 2012. Utilizando

información pública, se estima las latencias y anchos de banda de estas redes y se estima que los costos totales de infraestructura y operaciones a cinco años asociados con estas mejoras en la latencia superarán los 500 millones de dólares.

De acuerdo a mismo Lerner (2021), el concepto de “finanzas relativistas” no solo es un concepto que existe en la imaginación colectiva, sino que puede observarse que las empresas más reconocidas de *Wall Street* donde se instalan servidores cada vez más cerca de los centros de *trading*, sin embargo, hay poca información concreta relacionada con el retraso relativista de las órdenes de negociación en la práctica. En dicho trabajo, el autor propone una modificación en teoría de colas para describir la propagación de la señal bursátil con velocidad finita. Adicionalmente, se demuestra que incluso si el tiempo de reacción del sistema es insignificante, la señal que se propaga se ve distorsionada por simples actos de negociación a lo largo de la línea de transmisión.

En Hasbrouck et al. (2010) se define la baja latencia como una estrategia que responde a los eventos del mercado en un entorno de milisegundos que es una característica de los operadores de alta frecuencia, aunque también podría incluir otras actividades algorítmicas, además se propone una nueva medida de la actividad de baja latencia para tratar de medir el impacto del *trading* de alta frecuencia en su entorno.

Dicha medida es altamente correlacionada con las estimaciones del *trading* de alta frecuencia elaboradas por el NASDAQ, aunque también puede calcularse a partir de datos de mensajes disponibles y se utiliza para estudiar cómo la actividad de baja latencia afecta a la calidad del mercado tanto durante las operaciones como en el entorno de los mensajes de alta frecuencia, el análisis sugiere que el aumento de la actividad de baja latencia mejora las medidas tradicionales de calidad del mercado, ya que reduce los diferenciales, aumenta la profundidad mostrada en el libro de órdenes limitadas y disminuye la volatilidad a corto plazo. Se encuentra que dada la estructura actual del mercado de valores de Estados Unidos, el aumento de la actividad de baja latencia no tiene por qué perjudicar a los inversionistas a largo plazo.

En Foucault et al. (2016) se comenta que las operaciones de un especulador rápido representan una mayor proporción del volumen de operaciones y están más correlacionadas con las variaciones de precios a corto plazo. No obstante, una gran parte de sus ganancias proviene de operaciones basadas en variaciones de precios a largo plazo. El comportamiento del especulador rápido coincide con la evidencia sobre los operadores de alta frecuencia. El pronóstico de que las acciones con noticias más informativas son más líquidas, aunque atraen más actividad de los operadores de alta frecuencia informados.

En Aldrich et al (2017) se encuentra que el *Flash Crash* del 6 de mayo de 2010 consistió en una caída rápida y sin precedentes del Índice *Dow Jones Industrial Average* (DIA), seguida de una recuperación rápida y desordenada de los precios. Se aclara que las causas de este singular acontecimiento con el primer análisis de toda la actividad del libro de órdenes con una granularidad de milisegundos. Se documentan anomalías en los datos del mercado que antes se habían pasado por alto y se establecen que estas anomalías provocaron una retirada de liquidez según el modelo de Granger.

Abushaqra (2025) encuentra que los mercados financieros operan en diferentes velocidades, con los operadores de alta frecuencia (HFT) ejecutando operaciones con latencias cercanas a la velocidad de la luz, mientras que los inversionistas minoristas y los operadores institucionales experimentan retrasos significativos debido a los cuellos de botella en la ejecución y la propagación de la información y en los procesos de toma de decisiones.

Tomando en cuenta la teoría de Einstein sobre la dilatación del tiempo, introducen la dilatación cuántica del tiempo en finanzas, con un novedoso marco que modela cómo diferentes operadores experimentan el tiempo de manera diferente en función de la velocidad de ejecución y la latencia.

Adaptando la fórmula relativista de la dilatación del tiempo, se demuestra que las empresas HFT operan en un marco temporal financiero acelerado, lo que les

permite observar y actuar sobre los acontecimientos del mercado antes que los participantes más lentos. También se explora las implicaciones de la superposición cuántica en el comercio, donde las operaciones existen en estados probabilísticos hasta su ejecución.

El artículo presenta los fundamentos teóricos de las distorsiones temporales en la percepción del mercado, introduce una nueva estrategia de arbitraje ajustada al tiempo y describe el uso potencial de la computación cuántica para explotar las ineficiencias del mercado creadas por los efectos de la dilatación temporal.

El tiempo es uno de los aspectos fundamentales de los mercados financieros, ya que enmarca todo, desde la ejecución de las operaciones hasta la formación de precios y la gestión de riesgos. Sin embargo, a diferencia de las teorías económicas clásicas, en las que se supone que el tiempo es uniforme para todos los participantes en el mercado, los entornos comerciales del mundo real experimentan percepciones asimétricas del tiempo basadas en la velocidad de ejecución, la latencia y la tecnología.

En Ángel (2014) se menciona que a física moderna ha mostrado que la materia se comporta de manera muy diferente a medida que se aproxima a la velocidad de la luz. En dicho trabajo se analiza las implicaciones de la física moderna para el funcionamiento y la regulación de los mercados financieros. Se afirma que a información no puede desplazarse a una velocidad superior a la de la luz y que la separación geográfica de los centros de mercado implica que es necesario tener en cuenta consideraciones relativistas en la regulación de los mercados. Se ejemplifica como observadores en diferentes ubicaciones pueden observar simultáneamente diferentes «mejores» precios y que es posible que los reguladores no puedan determinar qué transacciones se produjeron primero, lo que da lugar a problemas con las normas de mejor ejecución y de *trade-through*.

En Blaho et al. (2022) se hace énfasis en el papel de la física relativista en el área de las matemáticas financieras y propone algunas ideas que podrían ayudar a

este campo en su desarrollo posterior.

Un trabajo clásico del tema Dunkel et al (2009) en donde se menciona que el movimiento browniano fue originalmente propuesto para las interacciones de la materia a nivel atómico pero la teoría ha evolucionado desde entonces hasta convertirse en un área de investigación amplia, con un número cada vez mayor de aplicaciones en biología, química, finanzas y física y se ha ampliado a nuevos enfoques en otros campos. En el marco de la relatividad especial, los autores se revisan los avances recientes en la descripción fenomenológica de los procesos de difusión relativista.

De acuerdo al autor, los procesos relativistas de Markov no triviales en el espacio-tiempo no existen; es decir, las generalizaciones relativistas de la ecuación de difusión no relativista y sus soluciones gaussianas deben ser necesariamente no markovianas.

En Easley et al. (2011) menciona que el *Flash Cash* del 6 de mayo de 2010 supuso la mayor caída en puntos en un solo día en la historia del *Dow Jones Industrial Average*. En cuestión de minutos, se esfumó un billón de dólares en valor de mercado. En dicho trabajo, supone que el *flash crash* es el resultado de las nuevas dinámicas que operan en la estructura actual del mercado y se destaca el papel que desempeña la toxicidad de las órdenes a la hora de afectar a la provisión de liquidez, y mostramos que una medida de esta toxicidad, la Probabilidad de Negociación Informada Sincronizada por Volumen (VPIN)*, capta la creciente toxicidad del flujo de órdenes en las horas y días previos al colapso.

En Trzetrzelewski (2017) se revisa la relación de la ecuación de *Black-Scholes* con la ecuación del calor y a su extensión relativista con la ecuación del telegrafista, además de la derivación de la versión euclidiana de la ecuación de Dirac. Por lo tanto, la extensión relativista del modelo de *Black-Scholes* para el caso de las opciones europeas, se deduce de forma bastante natural de la mecánica cuántica relativista.

En Carvalho et al. (2021) se menciona que gracias a los avances en el comercio de alta velocidad (HFT) se vuelve necesario considerar los efectos de la teoría de la

relatividad en los modelos financieros. El trabajo proporciona una descripción general de la investigación realizada en este campo al tiempo que define formalmente las nociones clave de espacio-tiempo, tiempo adecuado y una comprensión de cómo la dilatación del tiempo afecta los modelos financieros. También se muestra como la relatividad especial modifica el precio de las opciones y la cobertura, según el modelo de *Black-Scholes*, cuando los participantes del mercado se encuentran en dos marcos de referencia diferentes. En particular, se analizan los efectos relativistas del vencimiento y la volatilidad.

En Johnson et al. (2012) se recuerda que en mayo de 2010, fueron suficientes sólo cinco minutos para que una mezcla espontánea de interacciones entre humanos y máquinas en el ciberespacio comercial global podría generar un tipo *Flash Crash* sin precedentes en todo el sistema. Sin embargo, se sabe poco sobre lo que nos espera en el caso en el que los humanos se vuelven incapaces de responder o intervenir con la suficiente rapidez. En su trabajo se analizan miles de eventos de cisnes negros ultrarrápidos que se han descubierto en los movimientos del precio de las acciones entre 2006 y 2011. Los autores proporcionan evidencia empírica y una teoría acompañante de una transición abrupta en todo el sistema desde una fase mixta humano-máquina a una nueva fase exclusivamente de máquinas caracterizada por frecuentes eventos de cisne negro con duraciones ultrarrápidas.

En Krugman (2010) se centra principalmente en el cálculo de los intereses sobre las mercancías en tránsito cuando estas viajan a una velocidad cercana a la de la luz, ya que el tiempo de tránsito parecerá menor a un observador que viaja con las mercancías que a un observador estacionario.

En Serva (2021) se considera una familia de procesos que describen partículas que solo pueden moverse a la velocidad de la luz c en el espacio físico tridimensional habitual. La velocidad, que cambia de dirección de forma aleatoria, puede representarse como un punto en la superficie de una esfera de radio c (velocidad de la luz) y sus trayectorias solo pueden conectar puntos de esta variedad. Un proceso puede construirse tanto considerando saltos de un punto a otro (la velocidad cambia de

forma discontinua) como mediante trayectorias de velocidad continuas sobre la superficie. También se propone seguir otra estrategia, suponiendo que la velocidad se describe mediante un proceso de Wiener (que es isotrópico solo en el «sistema de referencia en reposo») sobre la superficie de la esfera. Utilizando tanto el cálculo de Ito como las reglas de transformación de Lorentz, se logra caracterizar toda la familia de procesos invariantes de Lorentz.

En Wissner-Gross et al. (2010) se menciona que los recientes avances en el *trading* financiero de HFT han hecho que los ligeros retrasos en la propagación entre bolsas geográficamente separadas sean relevantes. Los autores muestran que existen ubicaciones óptimas desde las cuales coordinar el arbitraje estadístico de pares de valores separados en forma espacial y calcula un mapa ideal representativo de dichas ubicaciones en la Tierra. Además, en el *trading* local a lo largo de cadenas de ubicaciones intermedias da como resultado un efecto novedoso, en el cual la propagación relativista de información negociable es efectivamente retenidos o detenidos por el arbitraje.

3. Hechos estilizados

Siguiendo a Boudhan (2025) las operaciones de los mercados se pueden dividir en dos grandes grupos: el primer grupo es el *trading* manual que son quienes hacen las operaciones de forma manual por una persona especializada y el segundo grupo son los de *trading* automatizado donde se utiliza un robot o sistema electrónico que se dedica a ejecutar las operaciones.

Entre las principales ventajas del *trading* manual se pueden mencionar que se tiene un mayor control sobre las operaciones, además de flexibilidad en la toma de decisiones, así como la posibilidad de mejorar con la experiencia. Entre algunas de sus desventajas se puede decir que requiere mucho tiempo frente a la pantalla, y que además puede verse afectado por emociones como miedo o euforia.

En el caso del *trading* automático ha ganado popularidad gracias a su capacidad para ejecutar operaciones de forma continua y sin intervención humana. Pero, como todo sistema, también presenta ventajas y desventajas que es importante considerar antes de su operación.

Entre sus ventajas se encuentra que opera de forma permanente e inmediata, además de que elimina el componente emocional de la operativa y resulta ideal para estrategias de corto plazo y alta frecuencia. Pero entre sus desventajas se menciona que puede fallar o presentar errores y no se adaptan fácilmente a condiciones cambiantes del mercado.

Al realizar operaciones de *trading* es necesario definir ciertos conceptos relacionados con el tiempo y tener una idea de las escalas mínimas de ejecución de operaciones.

En la definición más común de latencia se considera como una consecuencia de la velocidad límite a la que puede propagarse cualquier interacción física y su magnitud en cualquier sistema físico es siempre inferior o igual a la velocidad de la luz. Por lo tanto, cualquier sistema físico con alguna separación física entre la causa y el efecto experimentará algún tipo de latencia, independientemente de la naturaleza de la estimulación a la que haya estado expuesto.

En el tema de comunicaciones, el límite inferior de la latencia está determinado por el medio que se utilice para transferir la información, en el caso de sistemas de comunicación bidireccionales confiables, la latencia limita la velocidad máxima a la que se puede transmitir la información, ya que a menudo existe un límite en la cantidad de información que se transmite en un momento dado.

Por otro lado, en el caso de seres humanos (ver Carson (2024)), el tiempo de reacción es el intervalo entre la presentación de un estímulo y el inicio de la respuesta cerebral y muscular a dicho estímulo. Se puede medir la rapidez con la que un organismo puede responder y es un aspecto crucial del rendimiento humano en muchas actividades. Entre los principales tiempos de reacción en un humano se puede

enunciar:

1. Interpretación del impulso por parte del cerebro: 13-70 ms
2. Tiempo de reacción más rápido posible: 100-120 ms
3. Tiempo de reacción promedio (normal): >250 ms
4. El tiempo de reacción humano promedio es del orden de un cuarto de segundo (250 milisegundos).

Considerando la parte tecnológica, la latencia es el tiempo que tarda una señal del mercado en viajar desde la computadora del *trader* hasta el intercambio y regresar, por otra parte el tiempo de respuesta es el tiempo que tarda el intercambio en responder a la solicitud del *trader*. Hay que tener en cuenta que en cuanto menor sea la latencia y el tiempo de respuesta, más veloz podrá el *trader* ejecutar una operación. Incluso, un retraso de unos pocos milisegundos puede significar una gran diferencia entre pérdidas y ganancias. Por lo que es ideal, que los *traders* deben elegir un corredor que ofrezca principalmente bajo tiempo de respuesta y baja latencia.

Los *traders* financieros (según Buchanan (2015)) están en una competencia de realizar cada una de sus transacciones de forma más rápida.

Los avances tecnológicos hacen cada vez más rápida la comunicación con la fibra óptica, por ejemplo el tiempo realizado entre Londres y New York es de 2.6 milisegundos. Con los avances de la tecnología la velocidad del *trading* se incrementa notablemente solo acotada por la velocidad de la luz c , por ejemplo a través de la fibra óptica la información viaja a $2/3$ de la velocidad de la luz en el vacío pero hay otras tecnologías alternativas como la red de láseres de tecnología militar se ha instalado para conectar los centros financieros de New York, New Jersey, Londres y Frankfurt. Sin embargo, algunas compañías demandan un acceso desigual a una velocidad extrema erosiona la equidad comercial.

Por otro lado, la forma más rápida de llevar la información es a través de la línea más corta entre dos puntos que en el caso de la superficie terrestre la línea es

conocida como geodésica, por lo tanto, las microondas las ondas milimétricas y los láseres son buenas opciones para transportar una mayor de datos de manera rápida y eficiente. Los sistemas de comunicaciones al aire libre tienen la posibilidad de sufrir alteraciones climáticas por lo que un proveedor de red para el comercio empresas con sede en Chicago, Illinois, han aumentó su red láser de Nueva York con ondas milimétricas para superar la lluvia, la niebla y nieve. Los mecanismos de alineación adaptativa mantienen los enlaces funcionan incluso si los vientos hacen torres. girar hasta 3°. Pero las microondas y los láseres no se puede utilizar en largas distancias sin un conjunto de repetidores ya que las señales se atenúan rápidamente en el atmósfera y no se curvan alrededor de la Tierra. Sin embargo, Joseph Stiglitz está entre los que argumentan que el *trading* rápido es inútil socialmente ya que con la alta frecuencia cancelan el 95% de las ordenes que hacen.

4. Antecedentes al modelo

Una opción es un contrato que da al poseedor el derecho, más no la obligación de comprar o vender cierto activo a un precio convenido en algún momento fijo del futuro. En particular una opción *call* europea con precio de ejercicio K , con vencimiento en T y sobre un subyacente S , es un contrato que da el derecho a comprar el activo subyacente a un precio K en el tiempo T , en el caso de una opción *put* lo que cambia es que da el derecho a vender.

La ecuación *Black-Scholes* (Black, Scholes (1973)) (o también Venegas (2008)) describe el comportamiento del subyacente (que puede ser acciones, divisas, *commodities* etc.) asociado al derivado puede modelarse en su término estocástico con un movimiento browniano y para su derivación hace uso de al menos dos conceptos básicos de Finanzas: la cobertura y el no arbitraje.

La reducción de la incertidumbre o aleatoriedad es conocida como cobertura y una eliminación perfecta del riesgo utilizando un portafolio de dos instrumentos (una opción y su subyacente) es conocida como cobertura delta. Una vez que se

cuenta con el rendimiento libre de riesgo del portafolio anterior, este debería de ser igual al rendimiento de una cuenta bancaria que pague una cierta tasa de interés fija, para la deducción del modelo de *Black-Scholes* se llega a²:

$$\frac{\partial C(S, t)}{\partial t} + \frac{\sigma^2}{2} S^2 \frac{\partial^2 C(S, t)}{\partial S^2} + rS \frac{\partial C(S, t)}{\partial S} - rC(S, t) = 0 \quad (1)$$

Donde $C = C(t, s)$ es el derivado de un subyacente S con condición de frontera, para *call* y *put*.

$$C(t, S) = \text{Max}(S - K, 0) \quad (2.a)$$

$$P(t, S) = \text{Max}(K - S, 0) \quad (2.b)$$

cuya solución para una opción *call* y *put* europeas en cualquier precio de ejercicio K , vencimiento T , varianza y tasa libre de riesgo r , está dada por:

$$C(S(t), t) = S(t)N(d_1) - Ke^{-r(T-t)}N(d_2) \quad (3.a)$$

$$P(S(t), t) = Ke^{-r(T-t)}N(-d_2) - S(t)N(-d_1) \quad (3.b)$$

en donde:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S(t)}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad (4.a)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S(t)}{K}\right) + \left(r - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \quad (4.b)$$

Donde d_1 y d_2 son dilatación del tiempo en mercados financieros

² Con los supuestos: tasa libre de riesgo y volatilidad constantes, no hay costos de transacción y no hay oportunidades de arbitraje

De acuerdo con Abushaqra (2025) una de las características de los mercados financieros actuales es la extrema variación en la velocidad de ejecución del comercio. En el trading de alta frecuencia donde los milisegundos pueden significar ganancias de millones, la utilización de tecnología de vanguardia de las compañías tales como colocación de servicios, transmisión de datos en microondas y algoritmos tomadores de decisiones para asegurarse que se reciban y se operen en el mercado de datos más rápido que sus competidores, mientras tanto los inversionistas institucionales operan sus grandes portafolios en una escala diferente frecuentemente ejecutando ordenes sobre minutos u horas para evitar el impacto de mercado.

Y finalmente, los *traders* minoristas experimentan retrasos significativos debido al sistema de corretaje, procesamiento por lotes perdidos y latencia en recibir datos de mercado.

Esta discrepancia significa que diferentes clases de *traders* perciben cambios de precios en tiempos distintos, lo que puede generar oportunidades de arbitraje para quienes operan en sistemas de ejecución más rápidos. La existencia de arbitraje de latencia donde las ganancias de los *traders* más veloces explotan los retrasos en las respuesta del mercado es un indicador que el efecto de distorsión del tiempo son implícitos en la estructura del mercado. Sin embargo, hasta el momento ningún sistema ha sido desarrollado para explicar esos efectos usando principios de física.

En las finanzas tradicionales, los modelos de mercado asumen que los precios se mueven en una forma continua y predecible y que todos los *traders* reaccionan a la nueva información de forma simultánea, sin embargo, los mercados reales exhiben fragmentación de tiempo donde el mismo evento de mercado puede parecer diferente a diferentes observadores, considerando el tiempo como una variable que cambia con la ejecución de la velocidad, se puede introducir una nueva manera de cuantificar las ineficiencias usando las ecuaciones de dilatación de tiempo.

Como se revisó anteriormente de la Teoría de Relatividad de Einstein (1905) se demostró que el tiempo no es absoluto sino es afectado por la velocidad de un obser-

vador relativo a otro sistema de referencia. En el contexto de finanzas se propone que las ordenes de ejecución de la ordenes estén cerca de las velocidades instantáneas experimentan diferente tiempo de mercado de los *traders* más lentos. La implicación es que los precios existen en diferentes estados dependiendo del sistema de referencia del observador, lo que significa que el precio de un *stock* puede ser más viejo para un *trader* minorista que para una compañía HFT que recibe y procesa datos más rápido, la siguiente expresión relativista que se deducirá más adelante relaciona el tiempo entre sistemas de referencia muy rápidos y los que están prácticamente en reposo.

$$t' = \frac{t}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (5)$$

Donde:

t' = es el tiempo de mercado percibido por un *trader* de alta velocidad

t = es el tiempo de mercado actual experimentado por un *trader* lento

v = es la velocidad de ejecución relativa al *trader*

c = es la velocidad límite de transmisión de información (por ejemplo velocidad de la luz en una red de fibra óptica o sistema de comunicación)

Conforme v se aproxima a c , el tiempo de mercado para un *trader* de alta velocidad disminuye su velocidad relativa a los participantes más lentos, esto significa que los *traders* pueden actuar sobre los precios antes que otros participantes a pesar que registra el cambio. Por lo tanto, se sugiere que el mercado financiero no es una realidad unificada sino más bien un sistema de sistemas temporales en múltiple existencia, cada uno afectando el descubrimiento en precio en diferente forma. Este efecto de dilatación de tiempo se incorporará a la estimación de un *call* europeo Black Scholes en la siguiente sección.

5. Modelo propuesto

Las bases de datos de los operadores para ejecutar sus operaciones se encuentran en tiempo real (ver Einstein (1905) o más sencillo OpenStax. (s. f.)), pero la velocidad a la que reciben y actúan sobre esta información varía mucho entre otras cosas por la tecnología, los algoritmos y la velocidad de ejecución. Estas variaciones dan lugar a una distorsión en la percepción del mercado, en la que en un marco temporal financiero existen operadores más rápidos y participantes más lentos, como por ejemplo:

1. Los operadores de alta frecuencia (HFT) ejecutan operaciones en microsegundos o nanosegundos, aprovechando los servicios de colocación y la infraestructura de redes avanzada para poder obtener una ventaja temporal.
2. Los inversionistas institucionales operan a una escala ligeramente más lenta, ejecutando grandes operaciones con estrategias que equilibran la velocidad y el impacto.
3. Los operadores minoristas dependen de plataformas de corredores que pueden introducir retrasos que van desde milisegundos a segundos, lo que los coloca en una desventaja competitiva.

Si los participantes del mercado experimentan el tiempo de manera diferente, entonces la suposición tradicional de que todos los operadores interactúan con el mismo precio en el mismo momento pudiera ser errónea. Esta situación requiere un enfoque relativista de las finanzas, en el que consideremos cómo la percepción del tiempo del mercado cambia con la velocidad.

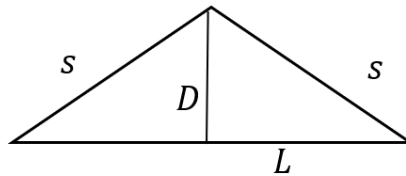
Pueden entonces aparecer distorsiones del mercado de alta frecuencia debido a los algoritmos HFT que pueden crear fluctuaciones momentáneas en los precios que solo ellos pueden explotar antes de que reaccione el mercado en general. Estos factores convierten a los mercados financieros en un entorno ideal para poner a prueba un modelo relativista de percepción del tiempo. Si podemos describir estas diferencias matemáticamente, es posible que descubramos nuevas estrategias de negociación que aprovechen los efectos de la dilatación del tiempo. Lo anterior confir-

ma que el mercado financiero no funciona como un reloj único o un tiempo absoluto, sino como un sistema jerárquico de marcos temporales en los que diferentes operadores operan en realidades temporales separadas.

Siguiendo con OpenStax (s. f.) si se considera un experimento mental clásico en donde se puede deducir el efecto relativista de la dilatación del tiempo (también Einstein(1905)). Supongamos un astronauta en una nave espacial mide el tiempo que la luz tarda en ir y rebotar en un espejo en una dirección perpendicular a su movimiento y se compara el tiempo transcurrido medido por el astronauta y por un observador en la tierra se descubrirá que el tiempo medido por el astronauta es menor que el medido por el observador de la tierra porque la distancia que recorre la luz en el marco del astronauta es menor que en el marco terrestre y como la luz viaja a la misma velocidad por los postulados de la relatividad por lo tanto tardara más en recorrer una mayor distancia. (ver figura 1)

Figura 1

Viaje de la luz en dos sistemas de referencia



Nota: elaboración propia.

El astronauta en su nave (su sistema de referencia) mide el tiempo que la luz tarda en recorrer la distancia $2D$ y el observador en la tierra observa que sigue una trayectoria $2S$ en un tiempo mayor. Supongamos que la nave espacial se mueve con respecto a la tierra a una velocidad v y en ambos sistemas la luz viaja a una velocidad c y como se recordara el tiempo es la distancia dividida entre la velocidad, entonces en el sistema de referencia del astronauta, entonces el tiempo conocido como tiempo propio del sistema de referencia del astronauta es:

$$\Delta t_0 = \frac{2D}{c} \quad (6)$$

y el tiempo medido desde el punto de vista del observador terrestre (el segundo sistema de referencia) es:

$$\Delta t = \frac{2s}{c} \quad (7)$$

de la relación entre los lados de los triángulos, en el marco del observado terrestre

$$L = \frac{v\Delta t}{2} \quad (8)$$

y del teorema de Pitágoras, sustituyendo y acomodando términos

$$\Delta t = \frac{2\sqrt{D^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2}}{c} \quad (9)$$

elevando al cuadrado y sustituyendo Δt_0

$$(\Delta t)^2 = \frac{4\left(D^2 + \frac{v^2(\Delta t)^2}{4}\right)}{c^2} = \frac{4D^2}{c^2} + \frac{v^2}{c^2}(\Delta t)^2 \quad (10)$$

$$(\Delta t)^2 = (\Delta t_0)^2 + \frac{v^2}{c^2}(\Delta t_0)^2 \quad (11)$$

$$(\Delta t)^2 = \frac{(\Delta t_0)^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (12)$$

factorizando y después de extraer la raíz cuadrada

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad (13)$$

$$\text{con } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

La expresión anterior mide la relación temporal entre los dos observadores, el tiempo propio medido por un observador como en nuestro caso el astronauta y un tiempo más largo para un observador terrestre que ve la nave moviéndose, esto se observa para todos los relojes que se mueven con respecto al observador, incluso los biológicos.

En los casos de bajas velocidades ($v \ll c$) y son prácticamente iguales y no se detectan efectos relativistas y en el caso donde v se acerca a c entonces Δt tiende a infinito.

5.1. Precio relativista de opciones

De acuerdo con las secciones anteriores, se llegó a que el tiempo de un individuo es el concepto correcto para medir un evento durante su vida y es una cantidad invariante, cuando se negocia considerando en el trading relativista se necesita redefinir cada evento, cada producto financiero, cada transacción negociada independientemente de su sistema de referencia.

En esta sección se considera el caso de una opción de compra del tipo *call plain vanilla* en el dinero (*at the money* ATM) para ilustrar el efecto relativista. Recordando que esencialmente una opción *call* europea es un contrato que confiere al poseedor el derecho, pero no la obligación de comprar un cierto activo a un precio fijo K en una fecha fija de vencimiento T después de la cual la opción ya no tiene valor.

En la opción *call at the money* (ATM) planteada, en donde además se consideran algunos supuestos simplificadores como que en $t = 0$ el precio *strike* K es igual al activo subyacente S , y sin pérdida de generalidad se supone que $S = K = 1$, además de

una tasa de interés cero, este hecho nos permitirá solamente enfocarnos en el efecto de la dilatación del tiempo (separando el efecto del descuento). Bajo esas suposiciones del precio de la opción dependerá solamente de dos parámetros claves 1) Tiempo de vencimiento (T) y 2) volatilidad del subyacente (σ). (se puede consultar Carvalho (2021))

Consideremos entonces la solución del modelo *Black -Scholes* en un sistema de referencia L considerando los supuestos anteriores

$$Call' = 2N \left(\frac{\sigma\sqrt{T}}{2} \right) - 1 \quad (14)$$

Donde N es una función distribución gaussiana, bajo la suposición pero desde el sistema de referencia en movimiento L' el precio del *call* (ATM) dado

$$Call' = 2N \left(\frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{T}{\gamma}} \right) - 1 \quad (15)$$

más explícitamente

$$Call' = 2N \left(\sqrt{\frac{T\sigma^2}{4} \sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) - 1 \quad (16)$$

que es el valor de la prima de riesgo de una opción *call* ATM en un sistema de referencia en movimiento en un sistema de referencia L' (puede consultarse una extensión en Sierra(2025)).

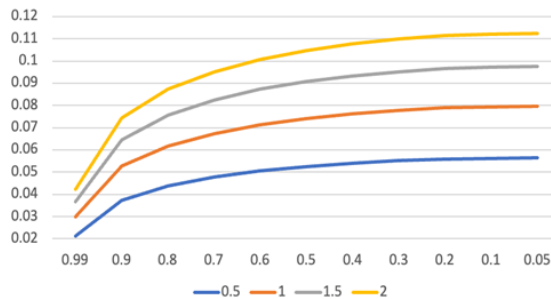
6. Resultados

En esta sección se presentan los resultados gráficos del modelo simplificado anterior, la opción *call* europea ATM, principalmente como función del proporción de velocidad de ejecución relativa al trader respecto a la velocidad límite de transmisión de información que en el caso ideal es la velocidad de la luz (v/c), así para distintos

valores de la volatilidad y distintos periodos de vencimiento (T). Los resultados se pueden apreciar en las siguientes figuras.

Figura 2

Valor de la opción Call para distintos cocientes v/c ($T = 0.5, 1, 1.5, 2$; $\sigma = 0.20$)



Nota: elaboración propia.

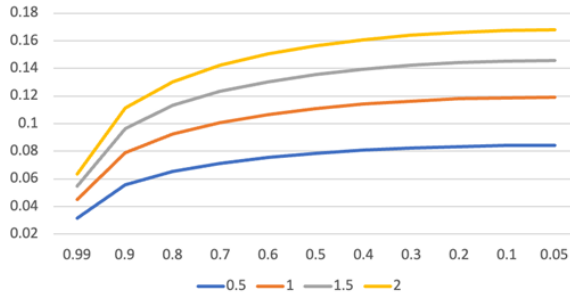
En la figura 2 podemos observar que cuando la velocidad de transmisión de información del sistemas de las operaciones del sistema (v) es relativamente pequeño comparado con la velocidad limite de la luz (c), (eje X de la figura) , los valores de las opciones *call* europea ATM en los dos sistemas de referencia prácticamente convergen, por ejemplo desde 0.3 a 0.05, que es prácticamente el caso clásico donde no hay efectos relativistas.

Por otra parte, cuando la velocidad del operación del sistema en movimiento v empieza a ser comparable con la velocidad limite c (valores cercanos a 0.90), el tiempo propio medido en el periodo de vencimiento en el sistema de referencia en movimiento es mayor (ecuación 13) y consecuentemente en el sistema en reposo el periodo de tiempo de vencimiento disminuye. Por lo tanto, al disminuir el periodo (T) también disminuye de la misma forma el valor de la prima.

En este caso para un valor de volatilidad = 0.20, las curvas se van trasladando a valores mayores de la prima conforme aumenta el periodo de vencimiento conservando el mismo comportamiento en todas las líneas y que es consistente con el caso no relativista.

Figura 3

Valor de la opción Call para distintos cocientes v/c ($T = 0.5, 1, 1.5, 2$; $\sigma = 0.30$)

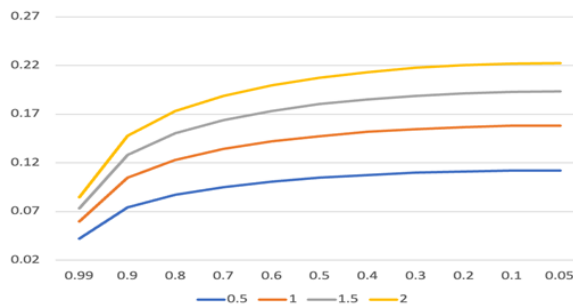


Nota: elaboración propia.

En la figura 3 se hace la estimación de la prima bajo los mismos supuestos simplificados pero con volatilidad = 0.30 y por tanto se llegan a resultados similares. Tenemos que conforme (v/c) es cercano a uno el valor de la prima disminuye y para valores (v/c) cercanos a 0 los efectos relativistas desaparecen. El cambio principal es que al aumentar la volatilidad aunque se mantiene el comportamiento por plazos aumenta el valor de las primas, de la misma manera que en el caso no relativista.

Figura 4

Valor de la opción Call para distintos cocientes v/c ($T = 0.5, 1, 1.5, 2$; $\sigma = 0.40$)



Nota: elaboración propia.

Finalmente en la figura 4 se mantienen los mismos resultados conforme cambian los plazos de vencimiento, y la proporción (v/c), prácticamente que vuelve aumentar el valor de las primas porque aumenta la volatilidad $=0.40$.

A pesar que el el valor de la prima disminuye, el comportamiento es similar al de velocidades no relativistas y si se considera el efecto de la volatilidad y de los periodos de vencimiento, entre mayor en es la volatilidad mayor valor de la prima y también entre más lejano sea el tiempo de vencimiento.

7. Conclusiones

El tiempo de latencia y el tiempo de reacción se ha convertido en factores importantes dentro de la velocidad de trading de los mercados actuales. La diferencia en la ejecución del trading en los casos HFT, institucionales y minoristas está provocan distorsiones en el mercado por lo que los efectos relativistas cada vez se vuelven más importantes.

En el tiempo de latencia y en el tiempo de reacción debería ser necesario considerar la suma varios efectos como los siguientes: tiempo de reacción el cerebro humano, el tiempo relacionado con la distancia o coubicación, el tiempo de la tecnología empleada (microondas, láseres) y el tiempo del medio en que se transporta la información.

En el caso del modelo simplificado analizado, se considera sin perder generalidad, la valuación de una opción *call* con parámetros reducidos ATM y se considera la dilatación del tiempo de un sistema de movimiento referencia inercial respecto a un fijo. Es decir, la valuación medida desde el sistema de referencia en movimiento y desde el reposo.

Cuando la velocidad del sistema en movimiento de información es pequeño comparado con la velocidad máxima c , coinciden el precio de las opciones *call* ATM en los dos sistemas de referencia. Pero a medida que el sistema entra en movimiento

y tiene velocidades cercanas a la de la luz, el tiempo de vencimiento que se mediría en el sistema de referencia en movimiento sería mayor y consecuentemente el de otro sistema sería menor, por lo que si disminuye el periodo de tiempo de vencimiento, disminuye de la misma forma el valor de la prima.

El comportamiento es similar en todos los casos, pero adicionalmente como en los casos clásicos entre mayor es la volatilidad y mayor es el tiempo de vencimiento mayor es el valor de la prima.

8. Referencias

- Abushaqra, M. (2025, March 8). Quantum time dilation in financial markets: A relativistic framework for high-frequency trading and market perception. SSRN. <https://doi.org/10.2139/ssrn.5171309>
- Aldrich, E. M., Grundfest, J. A., & Laughlin, G. (2017, March 26). The flash crash: A new deconstruction. SSRN. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2721922>
- Angel, J. J. (2014). When finance meets physics: The impact of the speed of light on financial markets and their regulation. *Financial Review*, 49(2), 271–281. <https://doi.org/10.1111/fire.12035>
- Black, F., & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3), 637–654. <https://doi.org/10.1086/260062>
- Blaho, R. (2021). Relativistic stochastic processes, their description and use in financial markets [Master's thesis, Czech Technical University in Prague]. https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/99795/F4-DP-2022-Blaho-Rastislav-dp_mf_22_blaho.pdf
- Boudhan, F. (2025, abril 17). Trading manual vs automatizado: ¿Cuál conviene más? Rankia. <https://www.rankia.com.ar/blog/trading-argentina/6797004-trading-manual-vs-automatizado-cual-conviene-mas>

- Buchanan, M. (2015). Physics in finance: Trading at the speed of light. *Nature*, 518 (7538), 161–163. <https://doi.org/10.1038/518161a>
- Carvalho, V. H., & Gaspar, R. M. (2021). Relativistic option pricing. *International Journal of Financial Studies*, 9(2), Article 32. <https://doi.org/10.3390/ijfs9020032>
- Carson, O. (2024, March 8). How fast is human reaction time? *Brain & perception*. PubNub. <https://www.pubnub.com/blog/how-fast-is-realtime-human-perception-and-technology/>
- Dunkel, J., & Hänggi, P. (2009). Relativistic Brownian motion. *Physics Reports*, 471 (1), 1–73. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2008.12.001>
- Easley, D., López de Prado, M., & O'Hara, M. (2011). The microstructure of the “flash crash”: Flow toxicity, liquidity crashes and the probability of informed trading. *The Journal of Portfolio Management*, 37(2), 118–128. <https://doi.org/10.3905/jpm.2011.37.2.118>
- Einstein, A. (1905). Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik*, 322 (10), 891–921. <https://doi.org/10.1002/andp.19053221004>
- Explorando la importancia de la velocidad en el trading. (s. f.). FasterCapital. <https://fastercapital.com/es/tema/explorando-la-importancia-de-la-velocidad-en-el-trading.html>
- Foucault, T., Hombert, J., & Rosu, I. (2016). News trading and speed. *The Journal of Finance*, 71(1), 335–382. <https://doi.org/10.1111/jofi.12327>
- Hasbrouck, J., & Saar, G. (2010). Low-latency trading (Johnson School Research Paper Series No. 35-2010). SSRN. <https://doi.org/10.2139/ssrn.1695460>
- Johnson, N., Zhao, G., Hunsader, E., Meng, J., Ravindar, A., Carran, S., & Tivnan, B. (2012). Financial black swans driven by ultrafast machine ecology. *arXiv*. <https://arxiv.org/abs/1202.1448>
- Krugman, P. (2010). The theory of interstellar trade. *Economic Inquiry*, 48(4), 1119–

1123. <https://doi.org/10.1111/j.1465-7295.2009.00225.x>

- Laughlin, G., Aguirre, A., & Grundfest, J. (2013). Information transmission between financial markets in Chicago and New York. arXiv. <https://arxiv.org/abs/1302.5966>
- Lerner, P. B. (2021). Transmission of trading orders through communication line with relativistic delay. *International Journal of Financial Studies*, 9(1), Article 12. <https://doi.org/10.3390/ijfs9010012>
- OpenStax. (s. f.). 13.2 Simultaneity and time dilation. Douglas College Physics 1207. <https://pressbooks.bccampus.ca/introductorygeneralphysics2phys1207/chapter/28-2-simultaneity-and-time-dilation/>
- Serva, M. (2021). Brownian motion at the speed of light: A new Lorentz invariant family of processes. *Journal of Statistical Physics*, 182, Article 59. <https://doi.org/10.1007/s10955-021-02734-0>
- Sierra, J. G. (2025). Relativistic Black–Scholes equation. *Revista Mexicana de Economía y Finanzas*, 21(1). <https://doi.org/10.21919/remef.v21i1.1494>
- Trzetrzelewski, M. (2017). The relativistic Black-Scholes model. *EPL (Europhysics Letters)*, 117(3), 38004. <https://doi.org/10.1209/0295-5075/117/38004>
- Venegas-Martínez, F. (2008). Riesgos financieros y económicos: Productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre (2.^a ed.). Cengage Learning.
- Wissner-Gross, A., & Freer, C. E. (2010, November 1). Relativistic statistical arbitrage. MIT Institutional Repository. <https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/6285>